

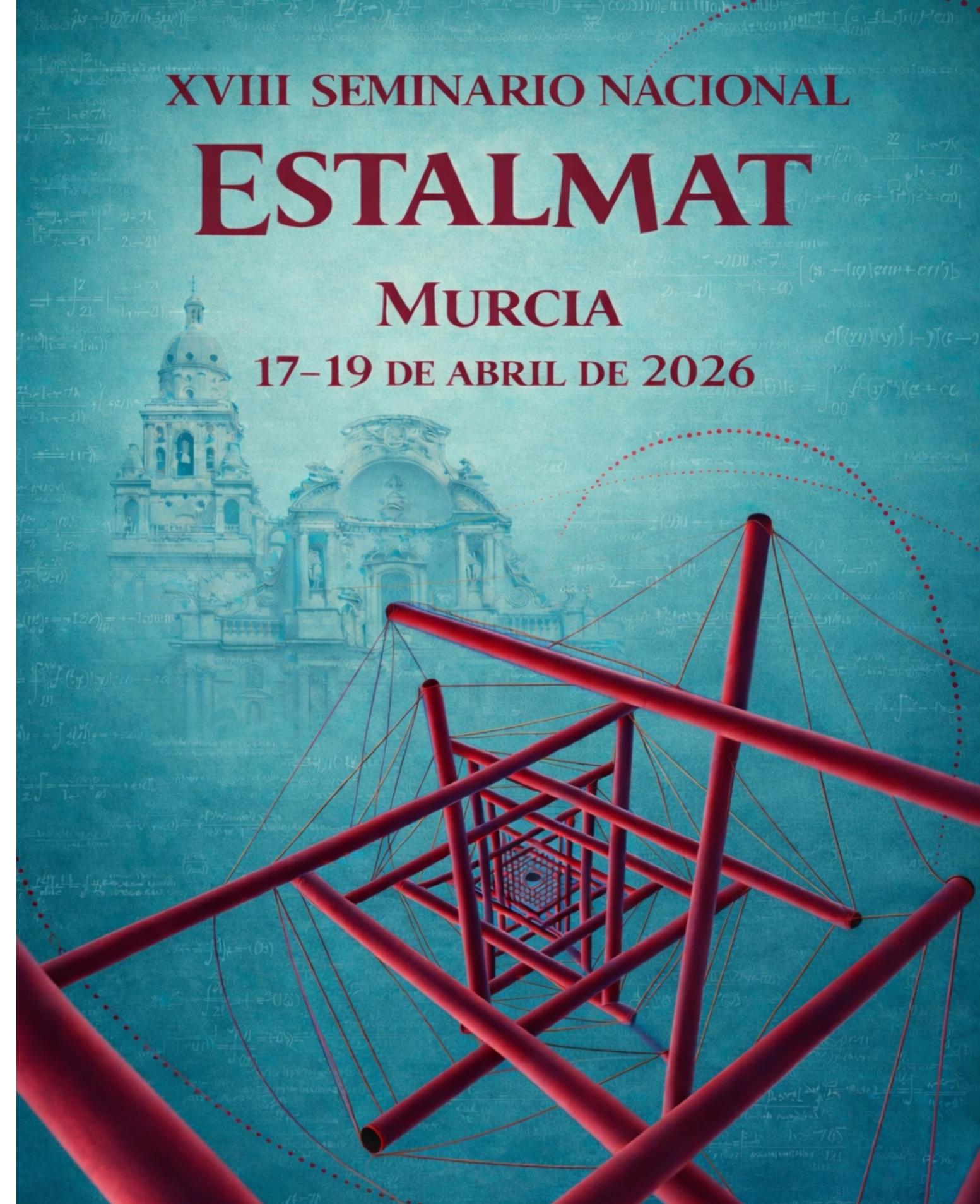
Tangram: Mucho más que un puzle

Jesús Montejo Gámez

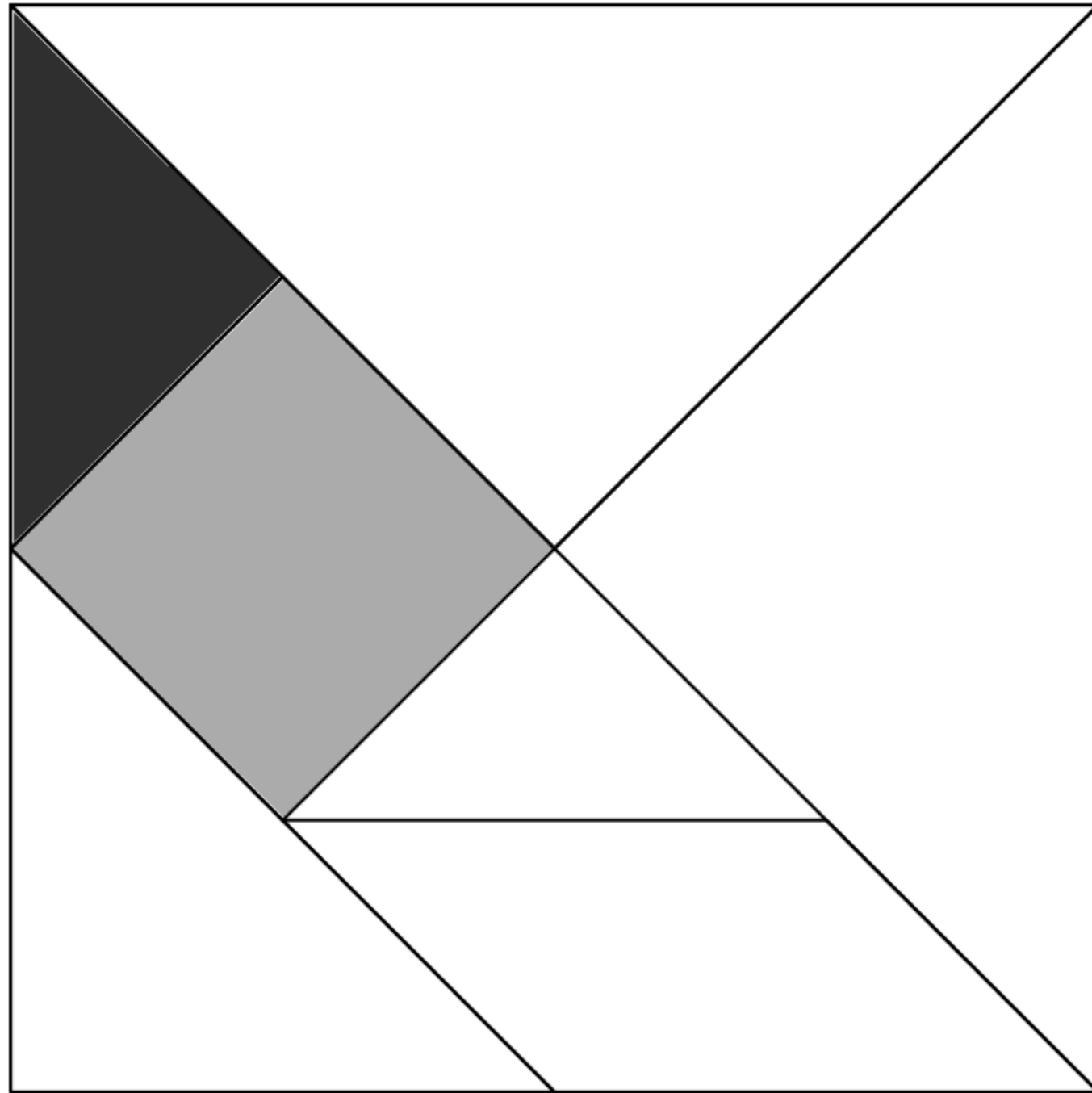
Created by José Luis Lupiáñez

Powered by David Moya Hinojosa

18 de abril de 2026



Mi vida: Amor y odio por el Tangram



1. Amor: Maravilloso “puzzle”
2. Odio: *¿qué se aprende?*
3. Amor: *muchísimas cosas*
→ *Sesión heredada*

Highlights/Estructura de la sesión

Curso: 2º de ESTALMAT

1. Introducción: historia y valor artístico
2. Exploración y “paradojas”
3. Creación de figuras “geométricas” y primeras propiedades. Planteamiento del problema

Descanso

4. Demostración
5. Creación de problemas

1. Historia y valor artístico

Término “Tangram”: origen incierto

Tan- (*extender* en chino)

-gram (γράφμα: aquello que se dibuja)

Algo extraño e intrincado (Inglés arcaico)

Mundo “moderno”:

Tangram en Geometrical Puzzle for the Young (Thomas Hill, 1848)

En 1864 → Webster Dictionary

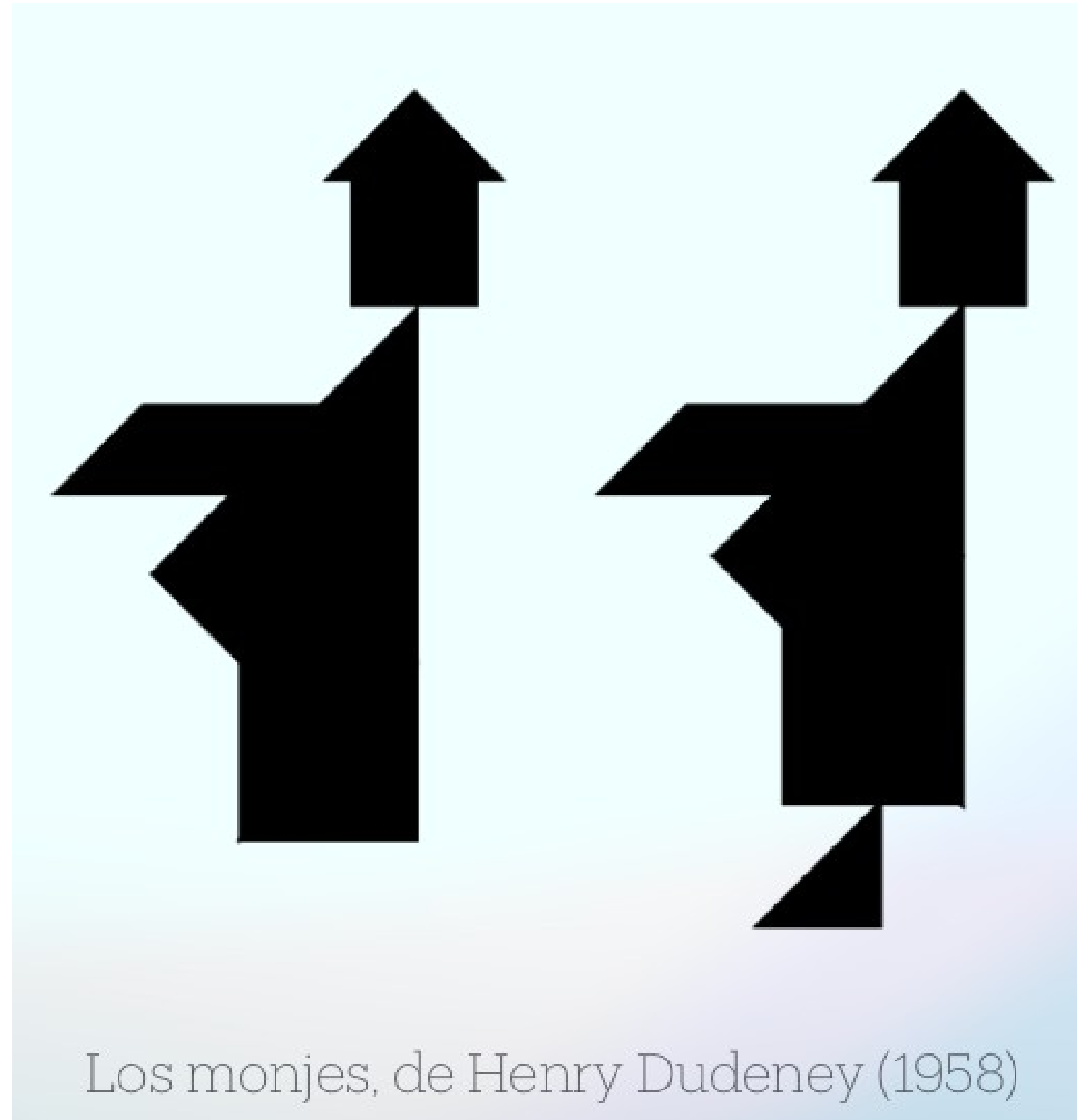
1. Historia y valor artístico



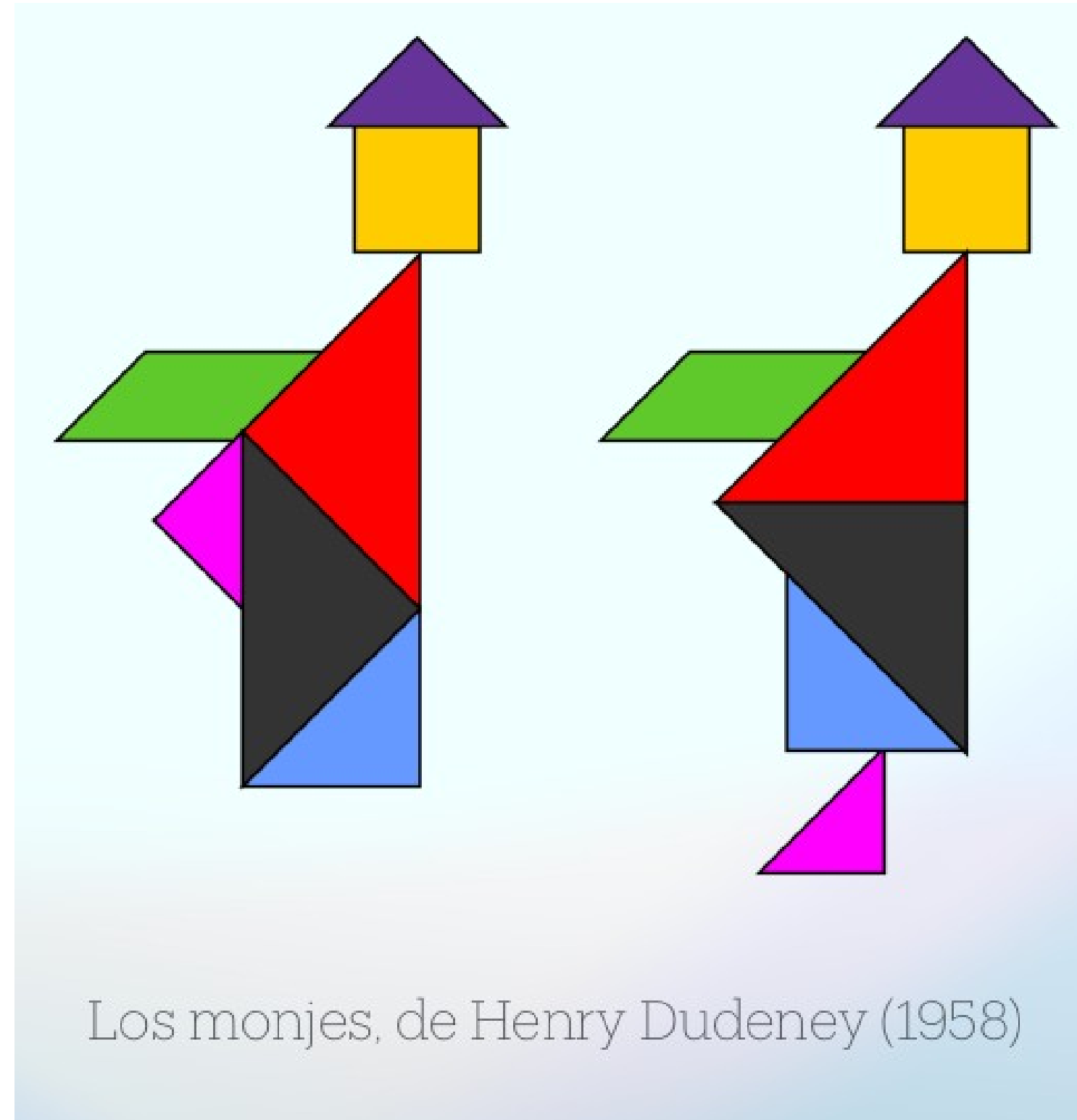
Francesco Moretti



2. Exploración y paradojas (¡el puzzle!)



2. Exploración y paradojas (¡el puzzle!)



2. Exploración y paradojas (¡el puzzle!)

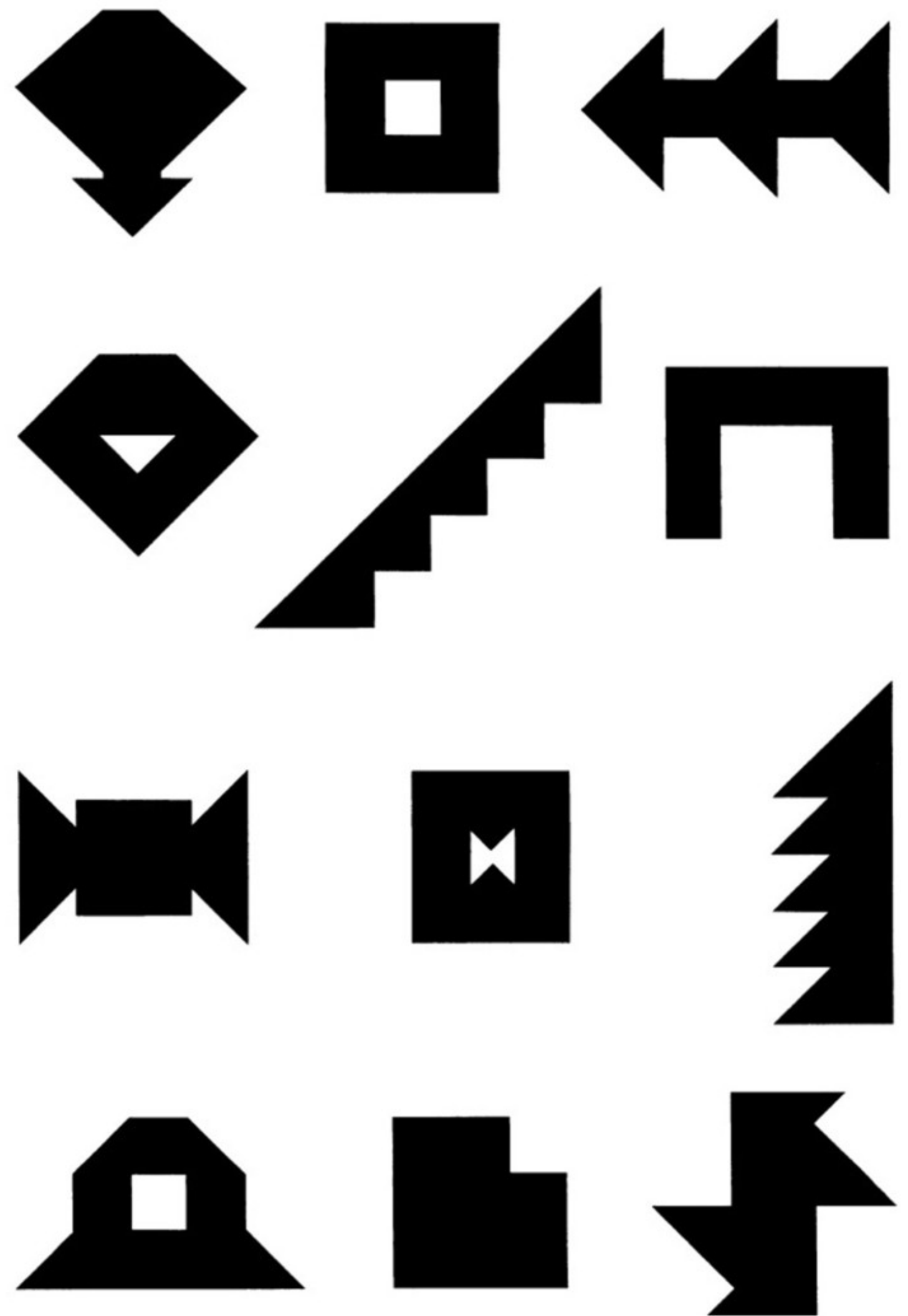


2. Exploración y paradojas (¡el puzzle!)



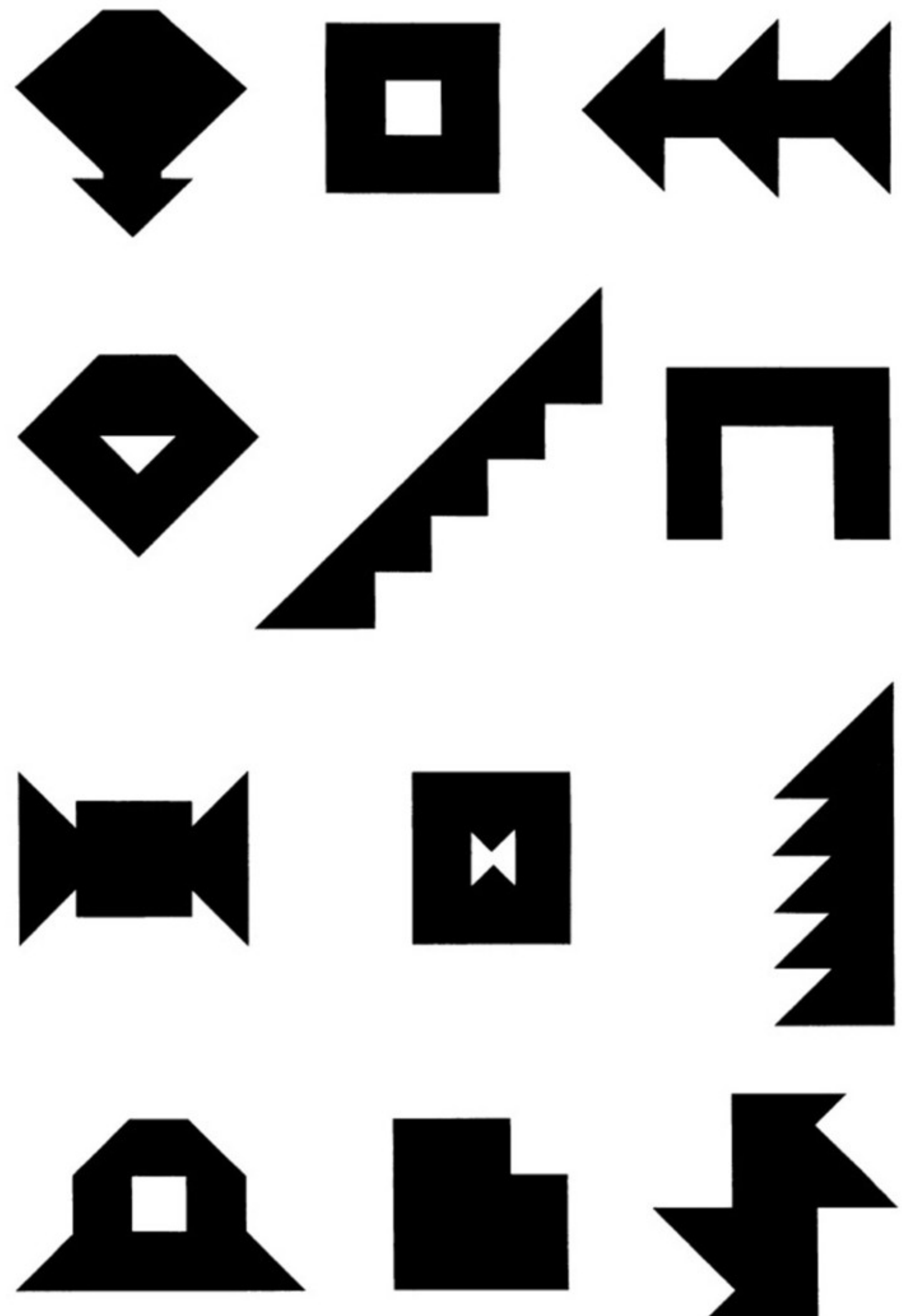
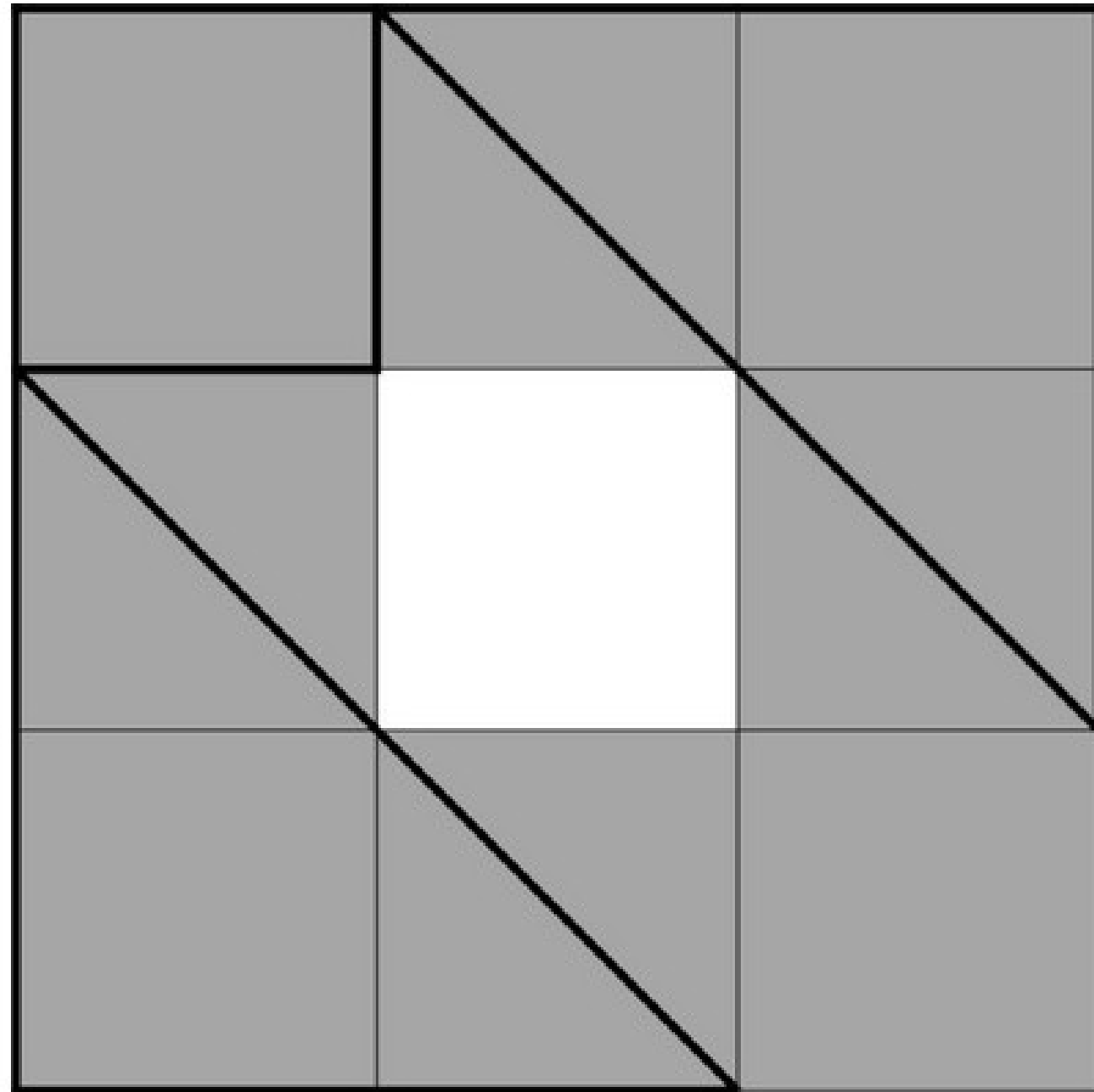
2. Exploración y paradojas (¡el puzzle!)

Tarea 1 (Gardner):
¿Cuál NO se puede hacer con
las piezas del Tangram?



2. Exploración y paradojas (¿¿¿el puzzle????)

Tarea 1 (Gardner, solución):



3. Creación de figuras y primeras propiedades

Tarea 2 (Ángulos interiores):

¿Cuántos ángulos interiores distintos puedes encontrar?

Tarea 3 (Medidas de longitudes, I):

Catetos del triángulo pequeño: 1 dm, ¿Qué longitudes hay en las piezas?

Áreas (se dejan pasar... por ahora)

3. Creación de figuras y primeras propiedades

Tarea 4 (Creación de figuras, I):

Con dos triángulos pequeños y el mediano construye cuadrado, romboide, trapecio isósceles, triángulo, rectángulo: ¿Perímetro? ¿Ángulos interiores?

Tarea 5 (Creación de figuras, II):

	Se puede construir con...						
	1 pieza	2 piezas	3 piezas	4 piezas	5 piezas	6 piezas	7 piezas
Triángulos							
Cuadrados							
Rectángulos							
Romboides							
Trapecios							
Pentágonos							
Hexágonos							

3. Creación de figuras y primeras propiedades

Planteamiento del problema (inicial):

¿Cuántas figuras diferentes se pueden hacer con todas las piezas del Tangram?

Planteamiento del problema (refinado):

¿Cuántas figuras *convexas* se pueden hacer con todas las piezas del Tangram?

Descanso

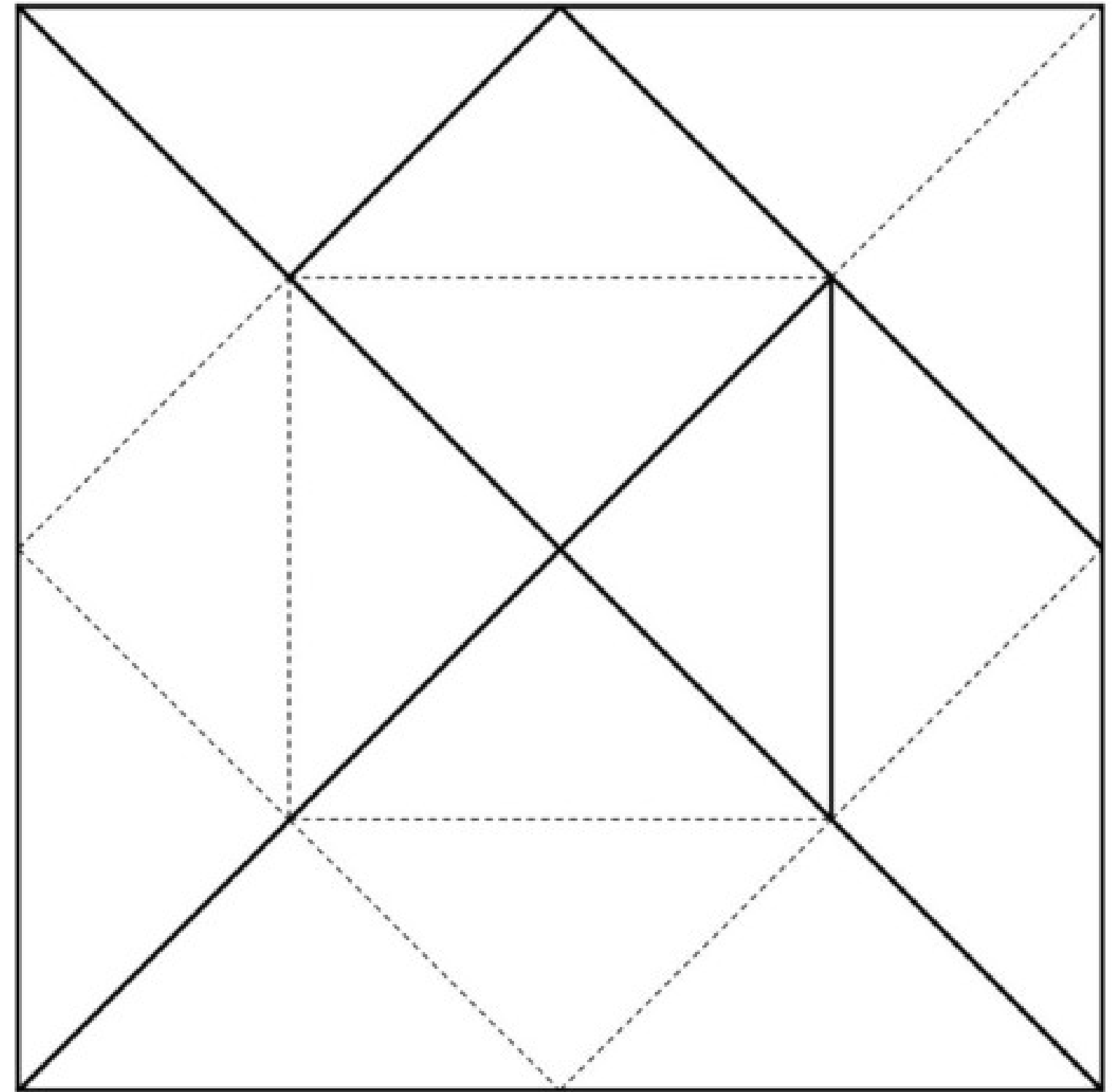
4. *Demostrando que es gerundio*

Dialéctica *Tareas vs “fe”*

Hipótesis (*fe inicial*):

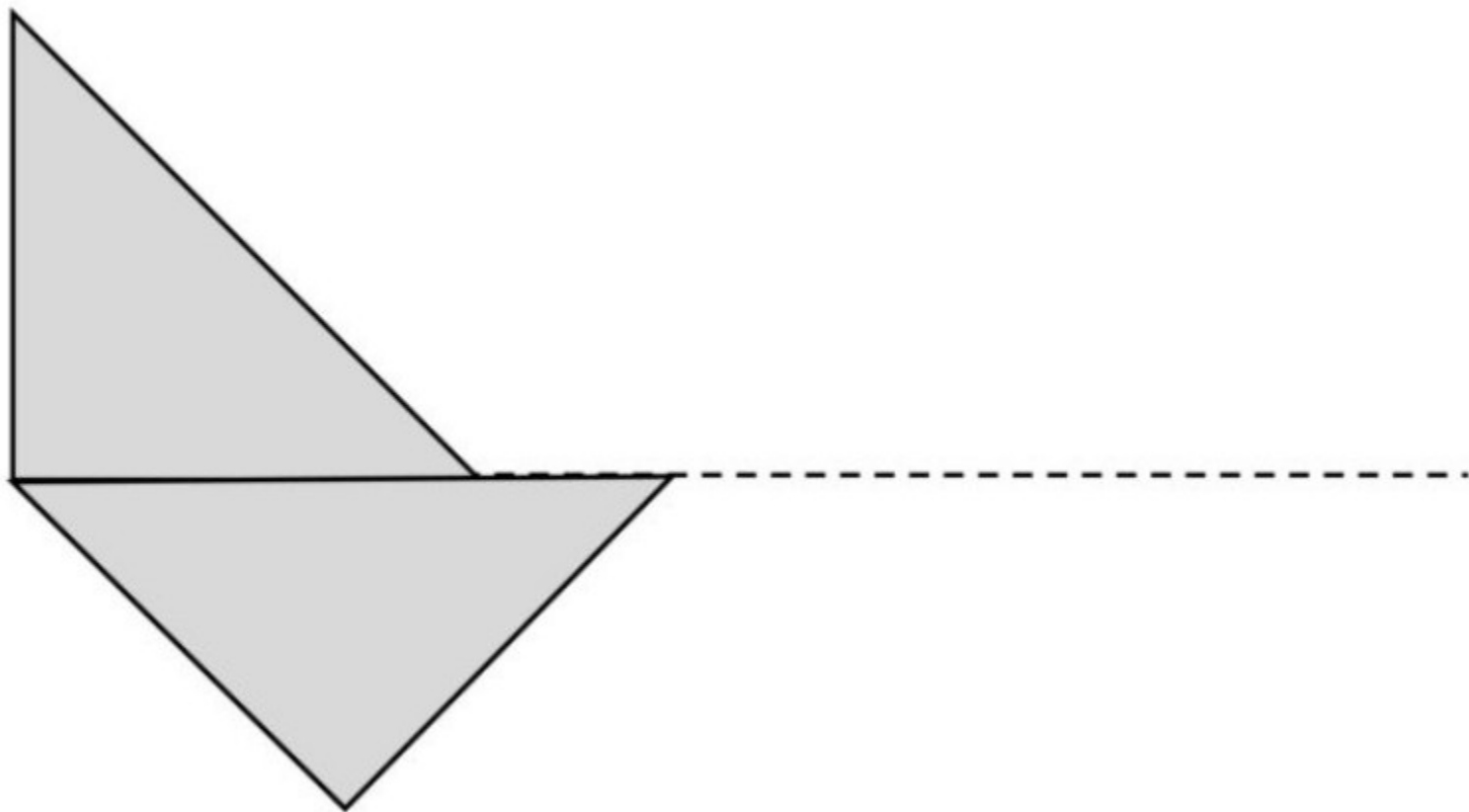
- Buscamos los polígonos que se pueden formar con **16 triángulos pequeños**

- Longitud lados del triángulo:
1, 1, y raíz de 2 unidades



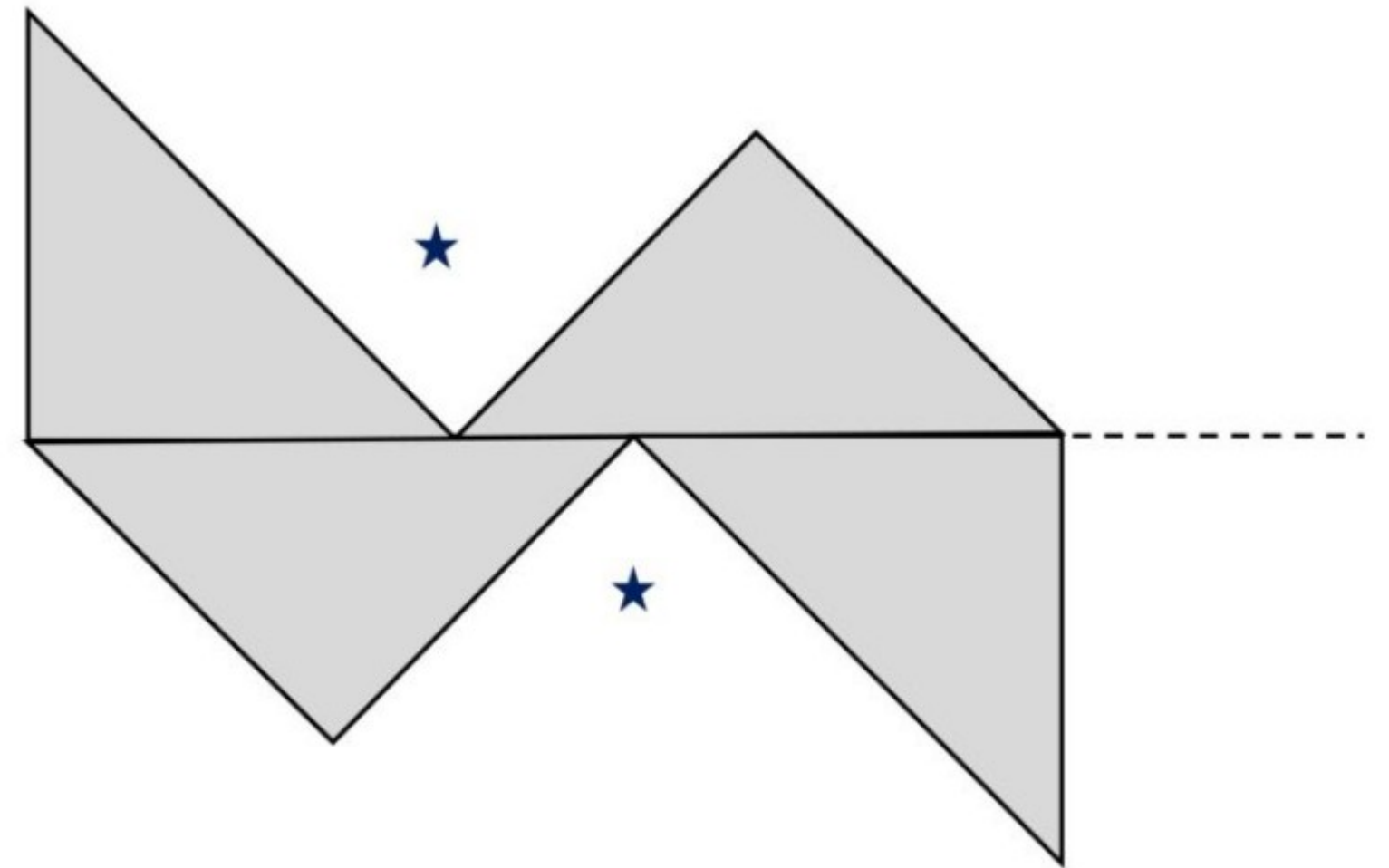
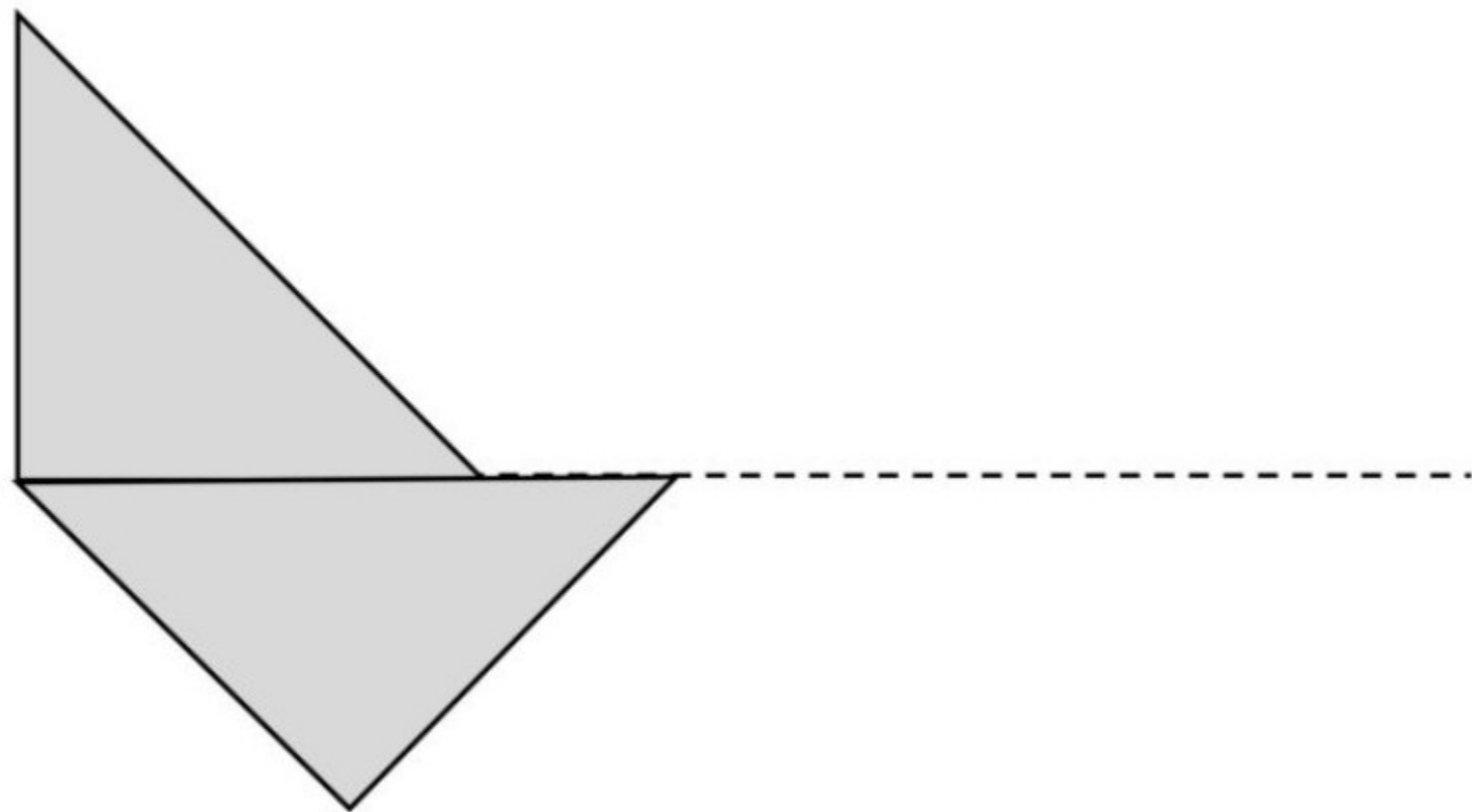
4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 1 (Tarea 6): ¿Puede apoyarse un cateto sobre una hipotenusa?



4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 1 (Tarea 6): ¿Puede apoyarse un cateto sobre una hipotenusa? **NO**

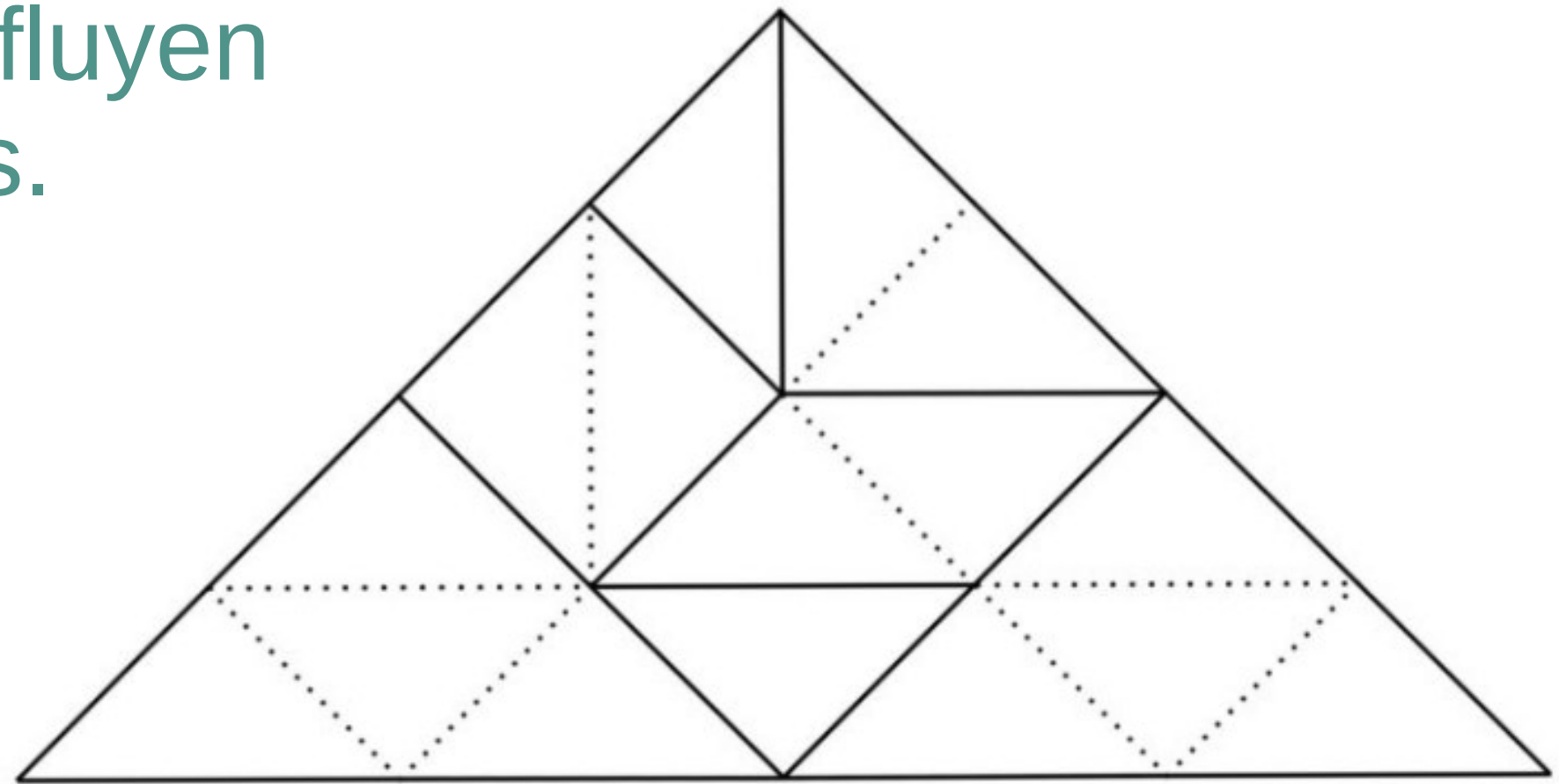


4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 1 (*consecuencia intuitiva*):

- Los lados del polígono están formados siempre por catetos (lados racionales) o siempre por hipotenusas (irracionales)
- Lados racionales e irracionales se alternan salvo en un ángulo recto del polígono, donde confluyen lados racionales o irracionales.

Ejemplo:



4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 2 (Tarea 7): ¿Puede tener el polígono 15 lados? ¿y 10? ¿Hay un número máximo de lados?

Pistas:

- *Fórmula conocida para suma ángulos: $(n-2) \cdot 180$*
- *¿Cuánto puede ser, como máximo, cada ángulo interior? $\rightarrow 135 \cdot n$*

Consecuencia: n es menor o igual a 8

4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 3 (fe “*ineludible*”): El polígono está inscrito en un rectángulo con todos los lados **racionales** apoyados en los lados del rectángulo.

Además, si tiene

- p ángulos de 45°
- q de 90 grados
- r de 135 grados,

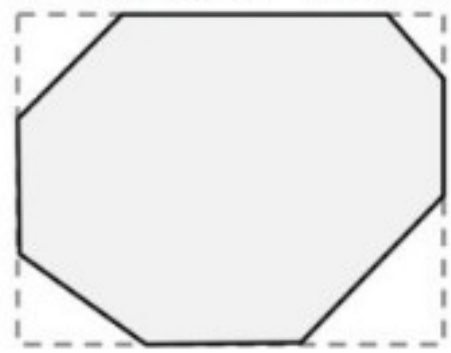
Entonces $2p + q = 8 - n$

4. *Demostando* que es gerundio

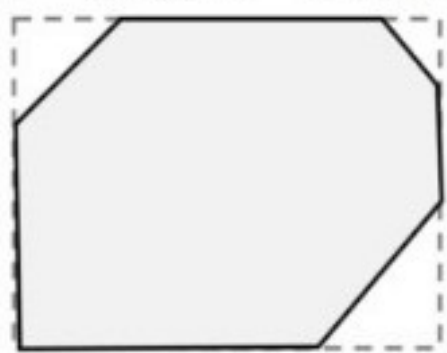
Paso 3 (consecuencia): Quedan los siguientes casos

$$2p + q = 8 - n$$

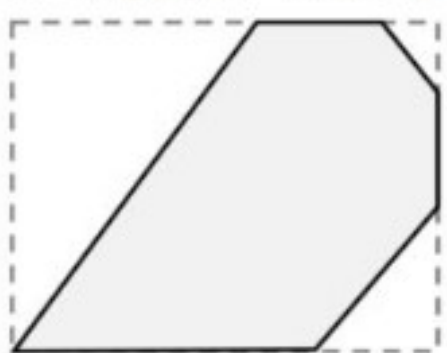
$n = 8; (p, q, r) = (0, 0, 8)$



$n = 7; (p, q, r) = (0, 1, 6)$



$n = 6; (p, q, r) = (1, 0, 5)$



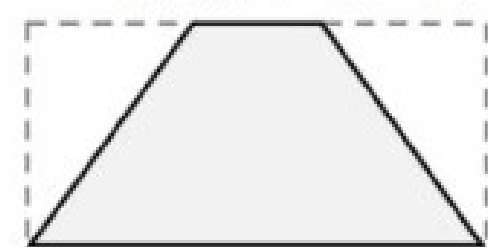
$n = 6; (p, q, r) = (0, 2, 4)$



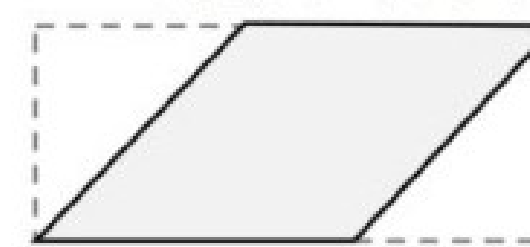
$n = 6; (p, q, r) = (0, 2, 4)$



$n = 4; (p, q, r) = (2, 0, 2)$



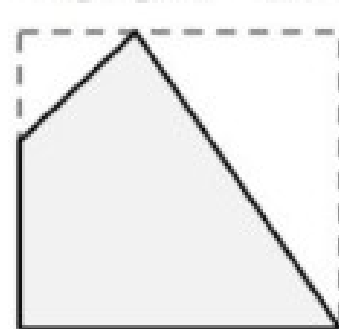
$n = 4; (p, q, r) = (2, 0, 2)$



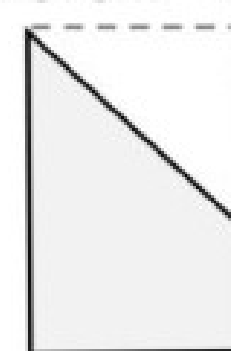
$n = 4; (p, q, r) = (0, 4, 0)$



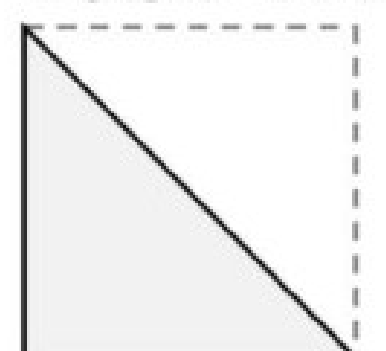
$n = 4; (p, q, r) = (1, 2, 1)$



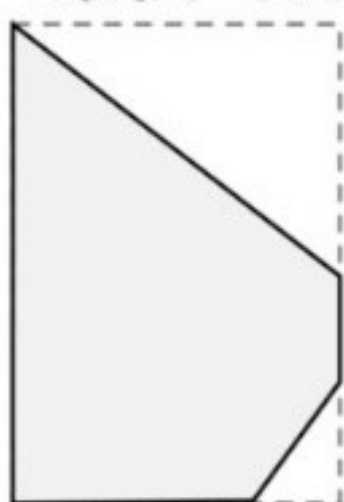
$n = 4; (p, q, r) = (1, 2, 1)$



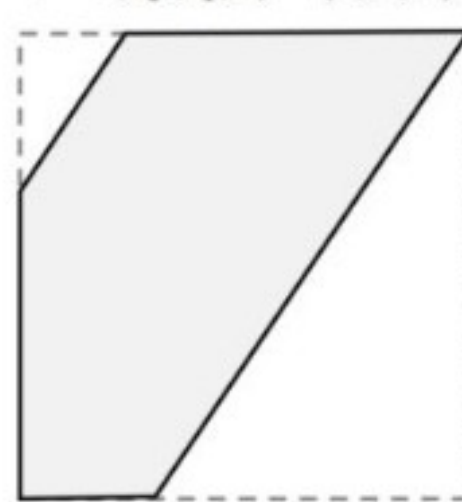
$n = 3; (p, q, r) = (2, 1, 0)$



$n = 5; (p, q, r) = (1, 1, 3)$



$n = 5; (p, q, r) = (1, 1, 3)$



$n = 5; (p, q, r) = (0, 3, 2)$

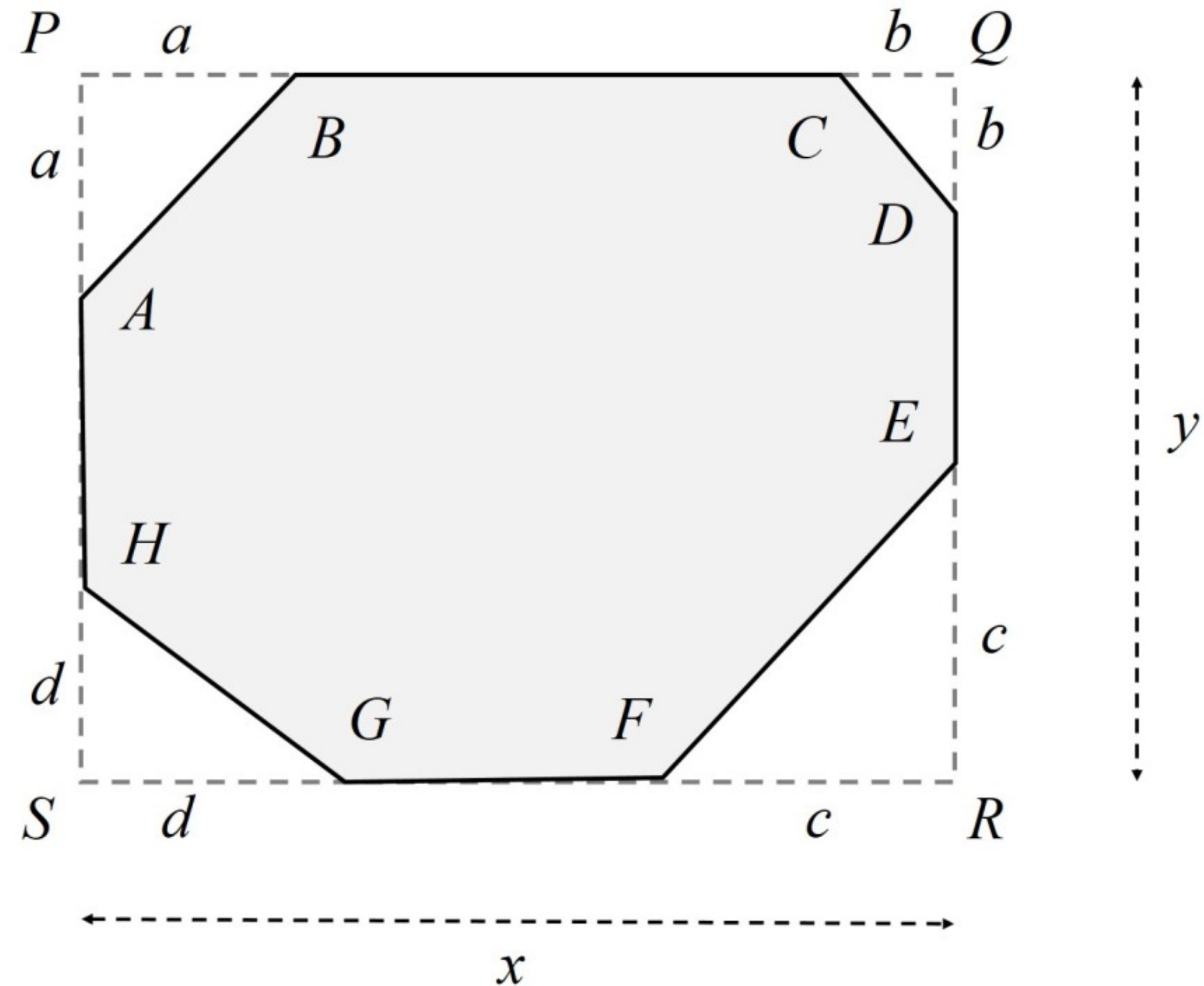
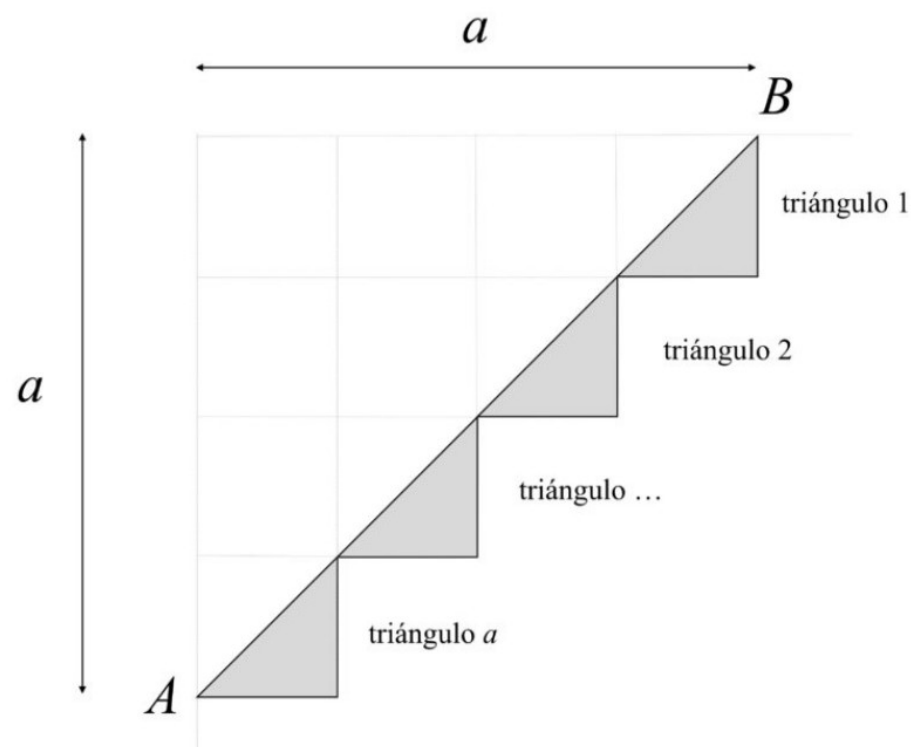


4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 4 (*Tarea 8*):

- x, y, a, b, c, d enteros

- a, b, c y d : n° de triángulos
Ligados a cada lado irracional



4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 4 (Tarea 8):

Calcula el área del rectángulo:

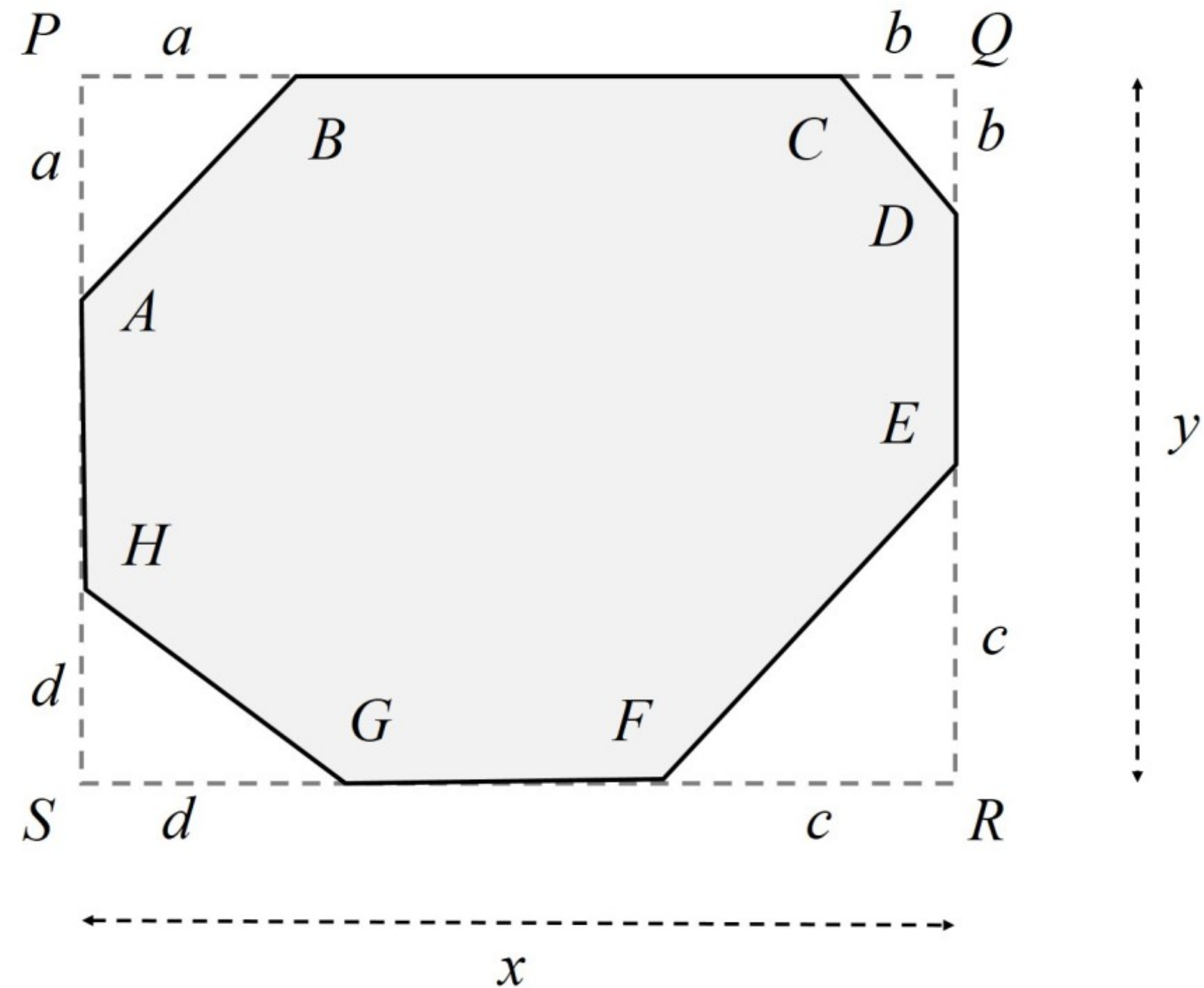
- (i) Como rectángulo
- (ii) A través de los triángulos

Consecuencia: Problema equivalente: resolver en los enteros

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 16 = 2xy$$

$$a + b \leq x, \quad c + d \leq x,$$

$$a + d \leq y, \quad b + c \leq y$$



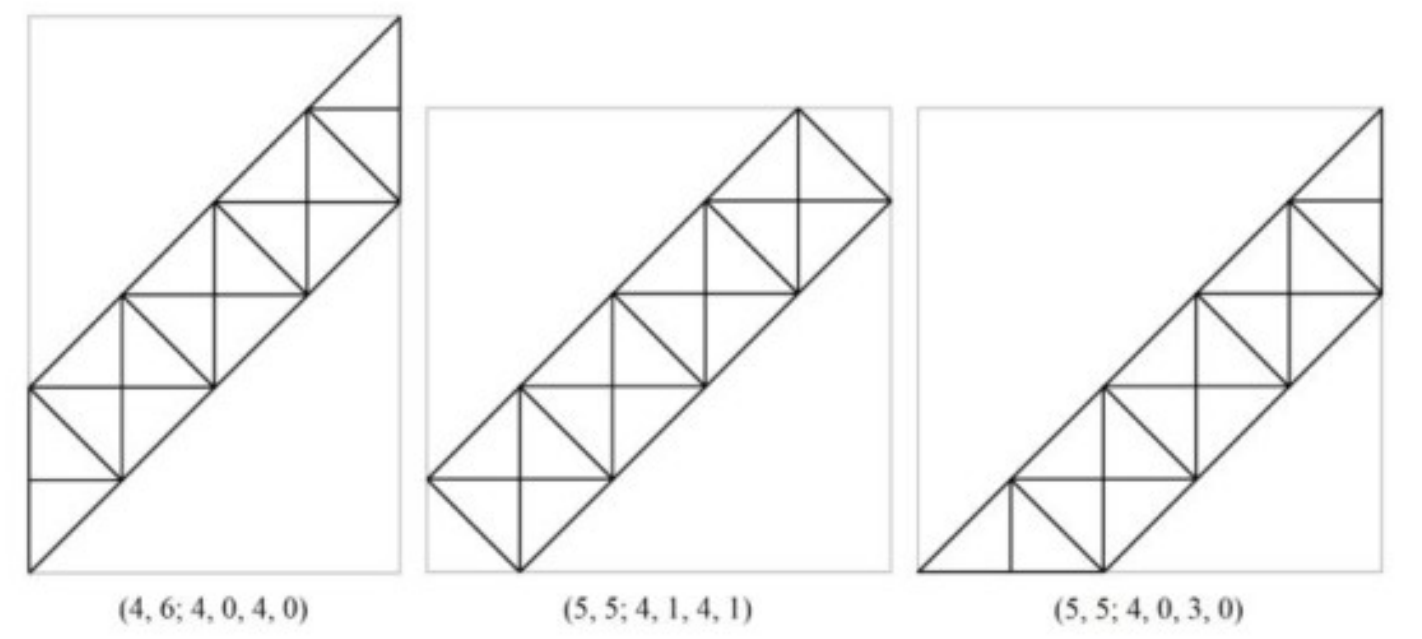
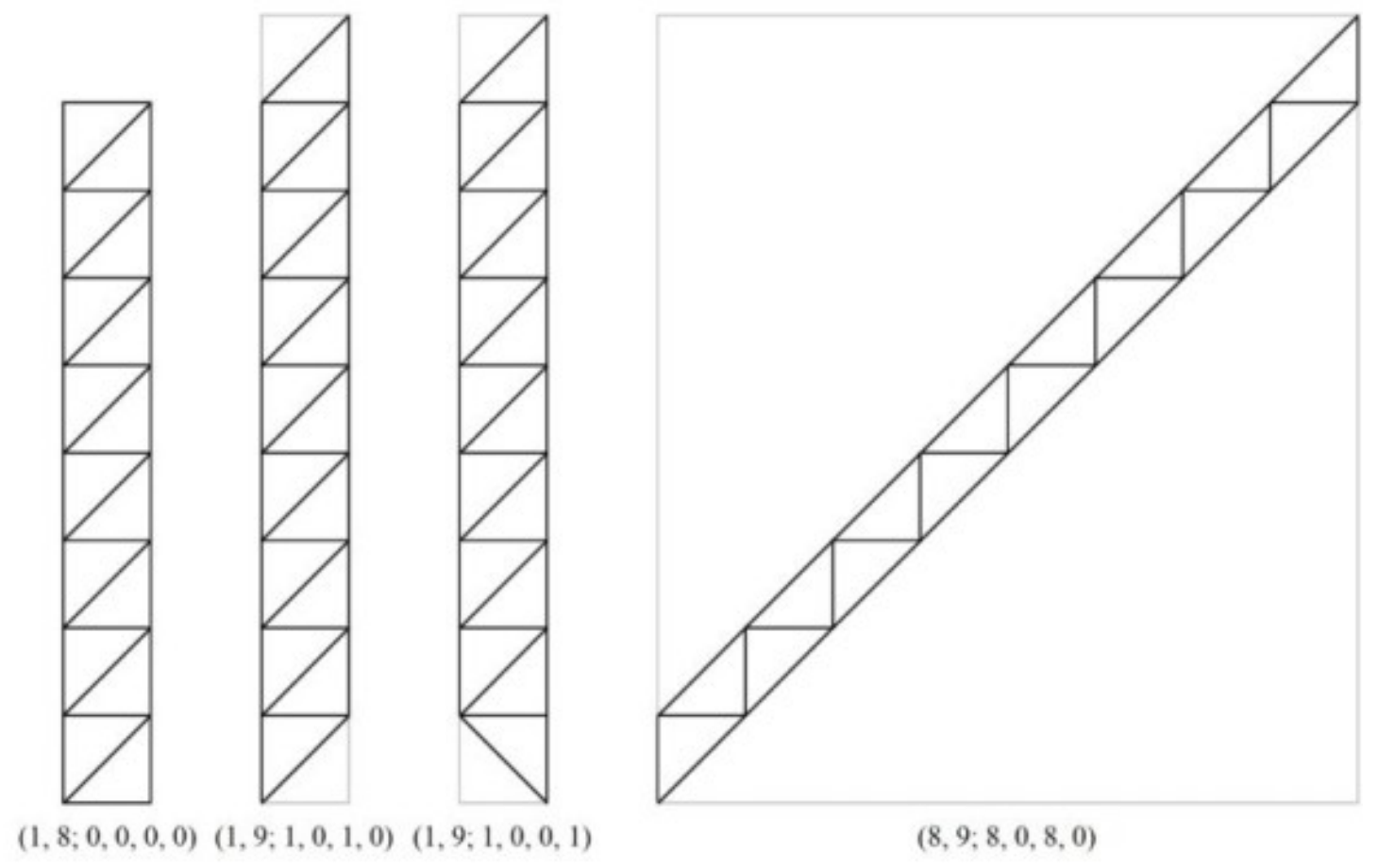
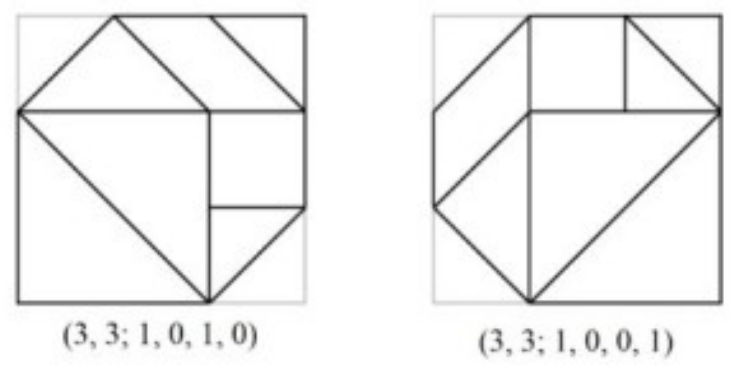
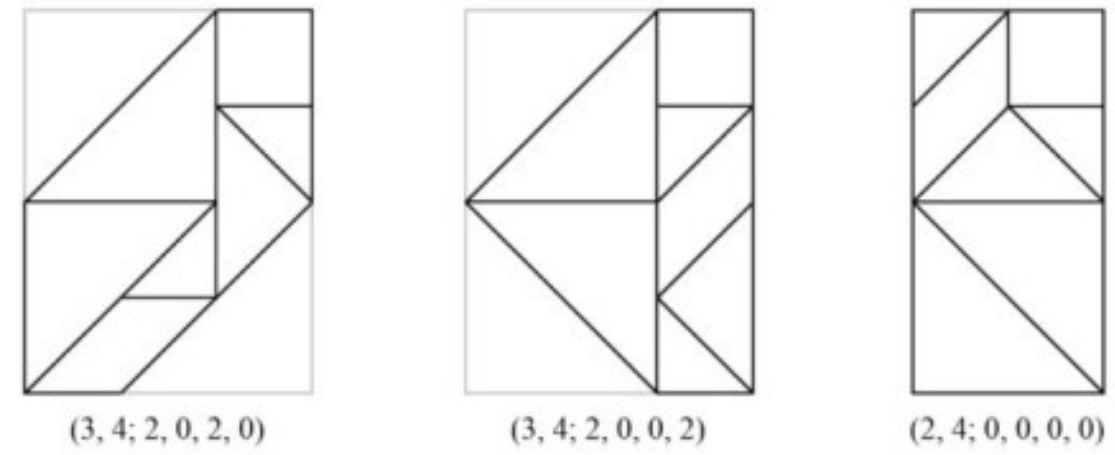
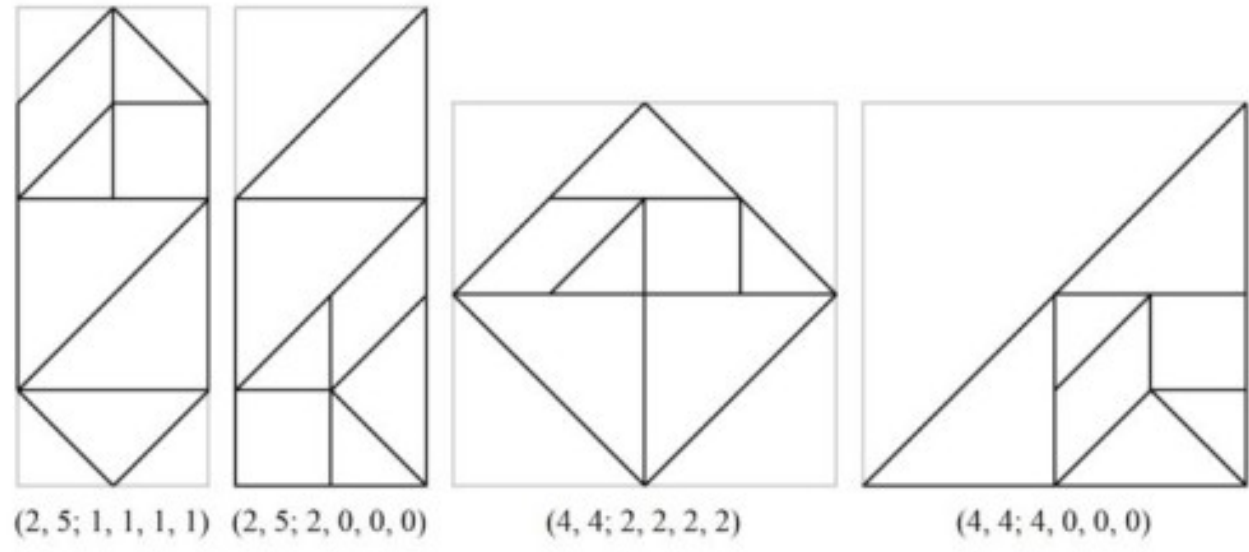
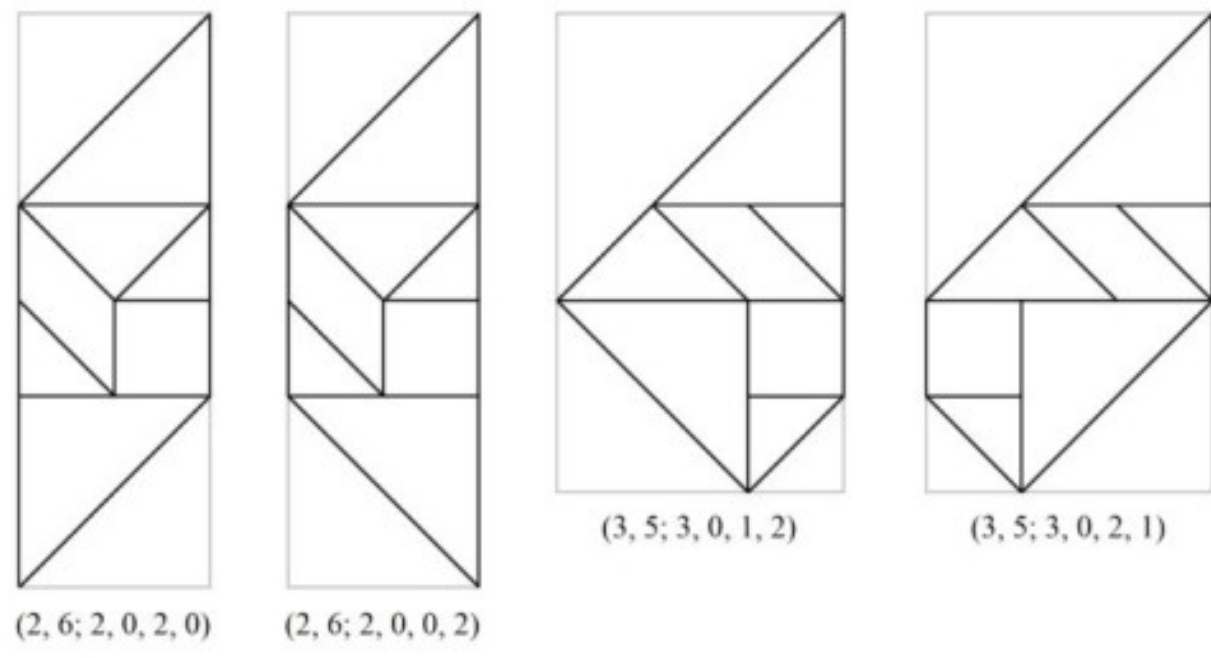
4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 5 (Tarea 9 y “quitamos” fe):

- (i) Resolver de manera *ordenada*
- (ii) Dibujad las tres primeras soluciones, ¿nos sirven? ¿Por qué?

x	y	a	b	c	d
1	8	0	0	0	0
1	9	1	0	1	0
1	9	1	0	0	1
8	9	8	0	8	0
4	6	4	0	4	0
2	6	2	0	2	0
2	6	2	0	0	2
5	5	4	1	4	1
5	5	5	0	3	0
3	5	3	0	1	2
3	5	3	0	2	1
2	5	1	1	1	1
2	5	2	0	0	0
4	4	2	2	2	2
4	4	4	0	0	0
3	4	2	0	2	0
3	4	2	0	0	2
2	4	0	0	0	0
3	3	1	0	1	0
3	3	1	0	0	1

*
*
*
*
*
*
*
*



4. *Demostrando que es gerundio*

Paso 5 (Tarea 9 y “quitamos” fe):

- (i) Resolver de manera *ordenada*
- (ii) Dibujad las tres primeras soluciones, ¿nos sirven? ¿Por qué?

Conclusión final:

Se pueden construir 13 polígonos convexos

x	y	a	b	c	d	
1	8	0	0	0	0	*
1	9	1	0	1	0	*
1	9	1	0	0	1	*
8	9	8	0	8	0	*
4	6	4	0	4	0	*
2	6	2	0	2	0	
2	6	2	0	0	2	
5	5	4	1	4	1	*
5	5	5	0	3	0	*
3	5	3	0	1	2	
3	5	3	0	2	1	
2	5	1	1	1	1	
2	5	2	0	0	0	
4	4	2	2	2	2	
4	4	4	0	0	0	
3	4	2	0	2	0	
3	4	2	0	0	2	
2	4	0	0	0	0	
3	3	1	0	1	0	
3	3	1	0	0	1	

5. Creación de problemas (Bonus)

Tarea 10

(i) Usando las piezas del Tangram que quieras, inventa un problema de matemáticas que te parezca difícil de resolver.

(ii) Resuélvelo

¡Muchas gracias!

Referencias

Wang, F. T., y Hsiung, C. C. (1942). A Theorem on the Tangram. *The American Mathematical Monthly*, 49(9), 596-599.

Beelen, T.G.J (2017). Finding all convex tangrams, CASA-report Vol. 1702, Technische Universiteit Eindhoven.

<https://culturacientifica.com/2020/01/01/un-teorema-sobre-el-tangram/>

